Arbeitsblatt Normalverteilung

1. Ausschuss

Im Supermarkt werden Penne in Packungen mit der Gewichtsangabe $500\,\text{g}$ verkauft. Die Maschine, die diese Nudeln abfüllt, arbeitet normalverteilt mit einer Standardabweichung von $9\,\text{g}$ und ist auf einen Erwartungswert von $505\,\text{g}$ eingestellt.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $8\,\%$ ist eine zufällig ausgewählte Packung so leicht, dass sie nicht mehr für den Verkauf im Supermarkt zugelassen ist.

Gib an, wie schwer eine Packung mindestens sein muss, damit diese für den Verkauf im Supermarkt zugelassen ist!

Die Packung muss mindestens _____ g schwer sein.

2. Ausschussware

Eine Maschine produziert Schrauben mit einer Sollänge von 18mm. Die tatsächliche Länge einer produzierten Schraube ist normalverteilt. Da eine etwas zu kurze Schraube für den Einsatz geeignet ist, eine zu lange jedoch ab einer gewissen Länge nicht, wird die der Erwartungswert auf $\mu = 17{,}5\text{mm}$ eingestellt. Die Maschine arbeitet mit einer Standardabweichung von $0{,}2\text{mm}$.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $12\,\%$ ist eine zufällig ausgewählte Schraube so lange, dass sie nicht mehr für den Einsatz geeignet ist.

Gib an, wie lange eine Schraube maximal sein darf, damit diese für den Einsatz geeignet ist!

Eine Schraube darf maximal _____ mm lang sein.

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

3. Dichtefunktion zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit

Sei f die Dichtefunktion einer mit den Parametern μ und σ normalverteilten Zufallsvariablen X. Über f ist folgendes bekannt:

- f hat in $H = \big(24 \mid f(24)\big)$ einen Hochpunkt
- f hat bei $W_1 = \big(22{,}6 \mid f(22{,}6)\big)$ einen Wendepunkt

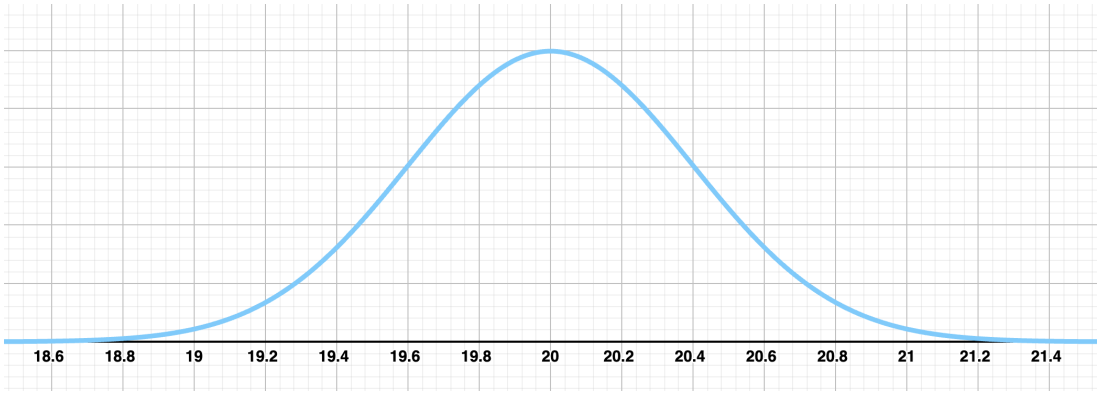
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! (2 aus 5)

$P(X = 24) = 0{,}5$	☐
$P(X \leq 22{,}6) \approx 0{,}683$	☐
$P(X \leq 24) = 0{,}5$	☐
$P(X \leq 22{,}6) = 0{,}5$	☐
$P(22{,}6 \leq X \leq 25{,}4) \approx 0{,}683$	☐

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

4. Erwartungswert und Standardabweichung normalverteilter Zufallsgrößen

Nachstehend ist die Dichtefunktion einer mit den Parametern μ und σ normalverteilten Zufallsvariablen X dargestellt.



Ergänze die Textlücken durch Ankreuzen der richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Zufallsvariable X ist normalverteilt mit den Parametern ____ (1) ____ und ____ (2) ____.

(1)	
$\mu = 20$	☐
$\mu = 19{,}8$	☐
$\mu = 18$	☐

(2)	
$\sigma = 0{,}2$	☐
$\sigma = 0{,}4$	☐
$\sigma = 0{,}8$	☐

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

5. Erwartungswert, Standardabweichung und Dichtefunktion

Sei f die Dichtefunktion einer mit den Paramtern μ und σ normalverteilten Zufallsvariablen X.

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! $(2$ aus $5)$

Die Extremstelle des Graphen von f entspricht dem Erwartungswert μ der Zufallsvariablen.	☐
Je größer die Standardabweichung σ, umso flacher ist der Graph von f.	☐
Je kleiner die Standardabweichung σ, umso flacher ist der Graph von f.	☐
Die Wendestelle des Graphen von f entspricht dem Erwartungswert μ der Zufallsvariablen.	☐
Die Wendestelle des Graphen von f entspricht der Standardabweichung σ der Zufallsvariablen.	☐

6. Graph einer Dichtefunktion

Sei f die Dichtefunktion einer mit den Paramtern μ und σ normalverteilten Zufallsvariablen X. Über f ist folgendes bekannt:

- f hat in $H = (15 \mid 0{,}8)$ einen Hochpunkt
- f hat bei $W_1 = (14{,}5 \mid 0{,}48)$ einen Wendepunkt

Gib den Erwartungswert μ, die Standardabweichung σ der Zufallsvariablen X sowie den zweiten Wendepunkt der Dichtefunktion an!

Für den Erwartungswert gilt: $\mu =$ ____

Für die Standardabweichung gilt: $\sigma =$ ____

Der zweite Wendepunkt der Dichtefunktion lautet: $W_2 =$ (____ | ____)

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

7. Lebensdauer eines Akkus

Die Lebensdauer des Akkus eines bestimmten Bluetooth-Kopfhörers ist normalverteilt, mit einer erwarteten Lebensdauer von $\mu = 1\,900$ Stunden und einer Standardabweichung von 240 Stunden. Leonie erwirbt diese Kopfhörer. Die Statistikfunktion ihres Smartphones teilt ihr mit, dass sie ihre Kopfhörer $1\,734$ Stunden genutzt hat.

a) Gib die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten dieses Ereignisses an!

Es gilt: $P(X = 1\,734) =$ ____

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer zufällig ausgewählter Kopfhörer höchstens so lange ist wie jene von Leonies Kopfhörern!

Die Wahrscheinlichkeit, dass zufällig ausgewählte Kopfhörer eine Lebensdauer von höchstens $1\,734$ Stunden aufweisen, beträgt ____ %

8. Lebensdauer eines Staubsaugers

Die Lebensdauer eines bestimmten Staubsaugers ist normalverteilt, mit einer erwarteten Lebensdauer von $\mu = 890$ Betriebsstunden und einer Standardabweichung von $\sigma = 25$ Betriebsstunden. Familie Gerandi besitzt ihren Staubsauger schon sehr lange. Die Anzeige zeigt bereits 920 Betriebsstunden an. Wie lange er wohl noch funktionieren wird?

Bestimmte die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer dieses Staubsaugers 921 Betriebsstunden oder mehr beträgt!

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Staubsauger eine Lebensdauer von mindestens 921 Betriebsstunden hat beträgt ____ %

9. Normbereich

Eine Maschine produziert Bauteile mit einer Solllänge von $5{,}4\text{cm}$. Die Maschine produziert mit einem Erwartungswert von $\mu = 5{,}4\text{cm}$ und einer Standardabweichung von $\sigma = 0{,}3\text{cm}$. Nur $76\,\%$ aller produzierten Bauteile fallen in den um den Erwartungswert symmetrischen Normbereich und können genutzt werden.

Gib an, in welchem Intervall die Länge des Bauteils liegen darf, damit das Bauteil genutzt werden kann!

Die Länge des Bauteils muss für die Zulassung im Intervall [____ ; ____] liegen.

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

10. Verpackungsmaterial

Eine Firma stellt Verpackungsmaterial für eine Vielzahl von Produkten her. Für den Versand von Produkten ist es wichtig, dass das Gewicht der Verpackung relativ konstant ist. Das tatsächliche Gewicht der Verpackung eines bestimmten Produktes ist normalverteilt mit einem Erwartungswert von $\mu = 12{,}4\,\text{g}$. Die Hersteller geben eine Standardabweichung von $\sigma = 0{,}8\,\text{g}$ an. Weicht das Gewicht der Verpackung um nicht mehr als 2g vom Erwartungswert ab, so fällt diese Verpackung in den Normbereich.

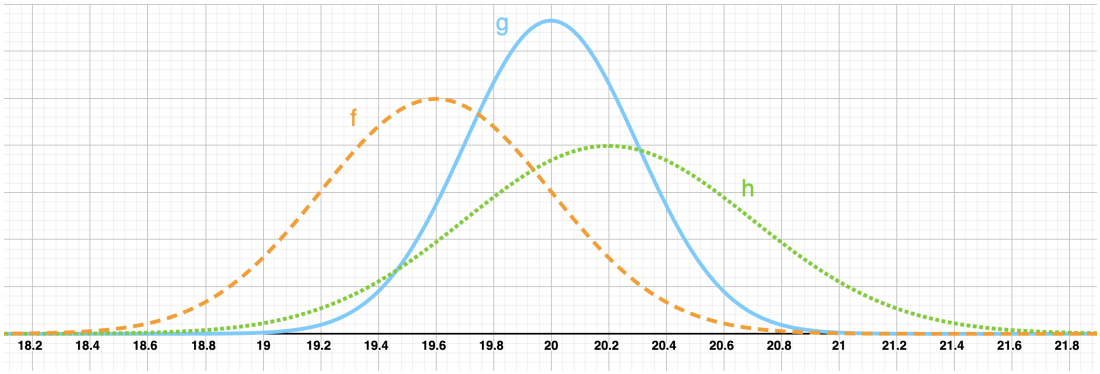
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass das Gewicht einer zufällig ausgewählte Verpackung im Normbereich liegt!

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt rund _____ %

11. Verschiedene Dichtefunktionen

Nachstehend sind die Dichtefunktionen von drei normalverteilten Zufallsvariablen dargestellt.

Die Funktion f stellt die Dichtefunktion einer mit den Parametern μ_f und σ_f normalverteilten Zufallsvariablen dar. Die durch g dargestellte Verteilung weist die Parameter μ_g und σ_g und jene Verteilung, welche durch die Dichtefunktion h dargestellt ist, die Parameter μ_h und σ_h.



Ordne die Werte μ_f, μ_g und μ_h als auch σ_f, σ_g sowie σ_h der Größe nach!

Für die Erwartungswerte gilt:

Die korrekte Ordnungskette der Standardabweichungen ist:

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

12. Sigma-Intervalle um den Erwartungswert

Sei X eine mit den Parametern μ und σ normalverteilte Zufallsvariable.

Ordne den angegebene Wahrscheinlichkeiten ihren ungefähren Wert zu!

$P(X \leq \mu)$	
$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$	
$P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma)$	
$P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma)$	

A	$0{,}954$
B	$0{,}1$
C	$0{,}683$
D	$0{,}853$
E	$0{,}997$
F	$0{,}5$

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

Lösungen

1. Ausschuss

Alle Werte im Intervall $[492; 493]$ werden als richtig gewertet.

2. Ausschussware

Alle Werte im Intervall $[17{,}7; 17{,}74]$ werden als richtig gewertet.

3. Dichtefunktion zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit

Sei f die Dichtefunktion einer mit den Parametern μ und σ normalverteilten Zufallsvariablen X. Über f ist folgendes bekannt:

- f hat in $H = \big(24 \mid f(24)\big)$ einen Hochpunkt
- f hat bei $W_1 = \big(22{,}6 \mid f(22{,}6)\big)$ einen Wendepunkt

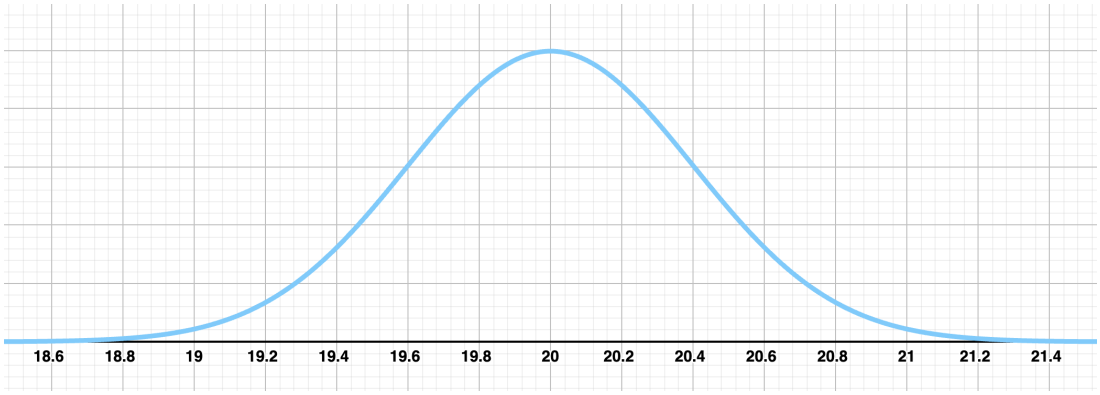
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! $(2 \text{ aus } 5)$

$P(X = 24) = 0{,}5$	☐
$P(X \leq 22{,}6) \approx 0{,}683$	☐
$P(X \leq 24) = 0{,}5$	☑
$P(X \leq 22{,}6) = 0{,}5$	☐
$P(22{,}6 \leq X \leq 25{,}4) \approx 0{,}683$	☑

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

4. Erwartungswert und Standardabweichung normalverteilter Zufallsgrößen

Nachstehend ist die Dichtefunktion einer mit den Parametern μ und σ normalverteilten Zufallsvariablen X dargestellt.



Ergänze die Textlücken durch Ankreuzen der richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Zufallsvariable X ist normalverteilt mit den Parametern (1) und (2).

(1)	
$\mu = 20$	☑
$\mu = 19{,}8$	☐
$\mu = 18$	☐

(2)	
$\sigma = 0{,}2$	☐
$\sigma = 0{,}4$	☑
$\sigma = 0{,}8$	☐

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

5. Erwartungswert, Standardabweichung und Dichtefunktion

Sei f die Dichtefunktion einer mit den Paramtern μ und σ normalverteilten Zufallsvariablen X.

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! (2 aus 5)

Die Extremstelle des Graphen von f entspricht dem Erwartungswert μ der Zufallsvariablen.	☑
Je größer die Standardabweichung σ, umso flacher ist der Graph von f.	☑
Je kleiner die Standardabweichung σ, umso flacher ist der Graph von f.	☐
Die Wendestelle des Graphen von f entspricht dem Erwartungswert μ der Zufallsvariablen.	☐
Die Wendestelle des Graphen von f entspricht der Standardabweichung σ der Zufallsvariablen.	☐

6. Graph einer Dichtefunktion

Für den Erwartungswert gilt: $\mu = 15$

Für die Standardabweichung gilt: $\sigma = 0{,}5$

Der zweite Wendepunkt der Dichtefunktion lautet: $W_2 = (15{,}5 \,|0{,}48\,)$

7. Lebensdauer eines Akkus

a) Es gilt: $P(X = 1\,734) = 0$

b) Alle Werte im Intervall $[24; 24{,}5]\%$ werden als richtig gewertet.

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

8. Lebensdauer eines Staubsaugers

Alle Werte im Intervall $[10.7; 11]\%$ werden als richtig gewertet.

9. Normbereich

Untere Grenze: alle Werte im Intervall $[5{,}04; 5{,}06\ ]$ werden als richtig gewertet

Obere Grenze: alle Werte im Intervall $[5{,}74; 5{,}76]$ werden als richtig gewertet.

10. Verpackungsmaterial

Alle Werte im Intervall $[98.6; 99]\%$ werden als richtig gewertet.

11. Verschiedene Dichtefunktionen

ID: 92792

Für die Erwartungswerte gilt: $\mu_f < \mu_g < \mu_h$

Die korrekte Ordnungskette der Standardabweichungen ist: $\sigma_g < \sigma_f < \sigma_h$

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.

12. Sigma-Intervalle um den Erwartungswert

Sei X eine mit den Parametern μ und σ normalverteilte Zufallsvariable.

Ordne den angegebene Wahrscheinlichkeiten ihren Wert zu!

$P(X \leq \mu)$	F
$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$	C
$P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma)$	E
$P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma)$	A

A	$0{,}954$
B	$0{,}1$
C	$0{,}683$
D	$0{,}853$
E	$0{,}997$
F	$0{,}5$

Bitte beachten Sie, dass die Inhalte ausschließlich für die Bearbeitung im Unterricht verwendet werden dürfen. Die Weitergabe der Vorlagen außerhalb des Unterrichts ist untersagt.